**Additionsverfahren**

Ein drittes rechnerisches Verfahren zum Lösen eines Gleichungssystems ist das Additions-verfahren.

Übrigens kannst du **theoretisch** jedes der drei Verfahren auf jedes lineare Gleichungssystem anwenden. Natürlich erhältst du jeweils die gleiche Lösungsmenge. Sonst würde das mit der Probe ja nicht funktionieren.

**Praktisch** jedoch eignet sich manchmal je nach Aussehen des Gleichungssystems ein bestimmtes Verfahren durchaus besser zum Lösen als ein anderes.

Die jeweils ersten Einführungsbeispiele, die ich euch bei jedem Verfahren vorgestellt habe und als „einfaches Beispiel“ bezeichnet habe, geben dazu bereits Anhaltspunkte. Wir werden das bei Gelegenheit aber nochmal genauer untersuchen.

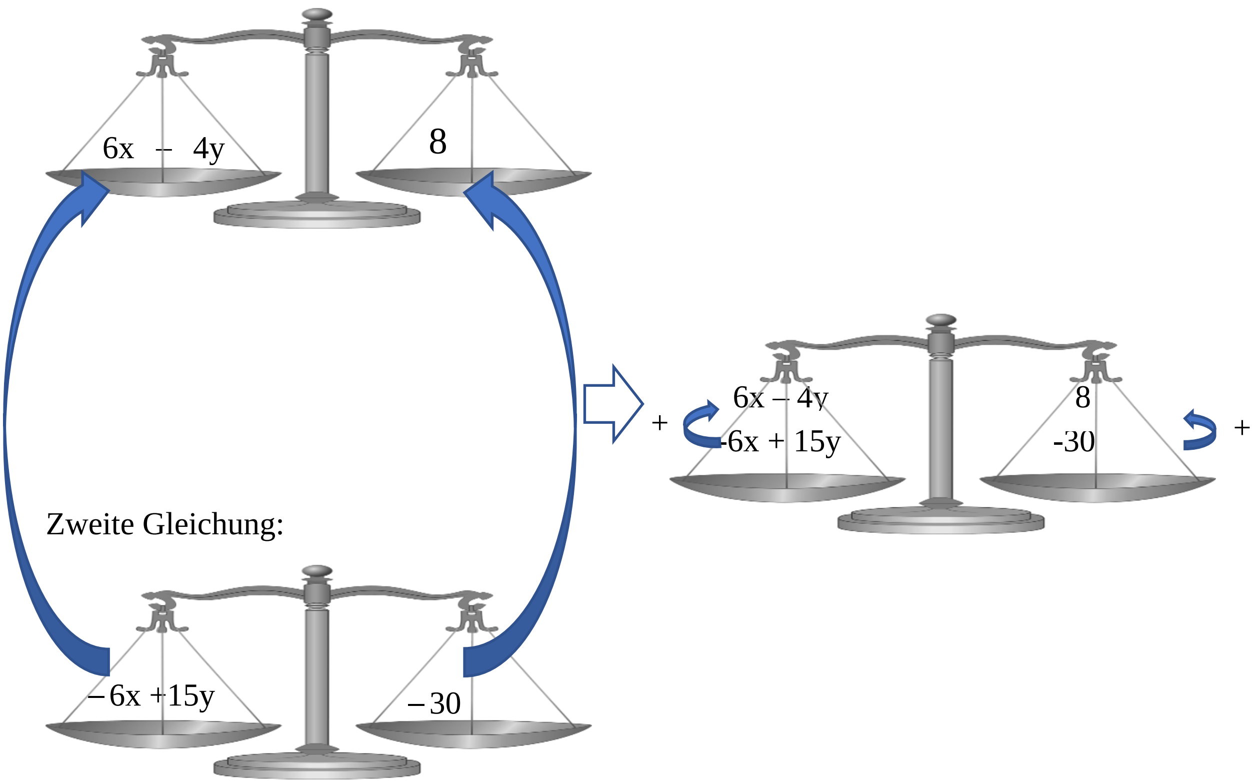
Nun zurück zum Additionsverfahren:

Schönes Beispiel:

$$\begin{array}{llcrcr} \text{I} & 6x & - & 4y & = & 8 \\ \wedge\text{II} & -6x & + & 15y & = & -30 \end{array}$$

Im Waagemodell bedeutet das wieder für beide Gleichungen, dass die Waagen jeweils im **Gleich**gewicht sind:

Erste Gleichung:




Zweite Gleichung:

Nun wollen wir für beide Gleichungen nur noch **eine** Waage verwenden. Da die beiden Werte auf der unteren Waage ja **gleich** „schwer“ sind, kommt die obere Waage auch nicht aus dem Gleichgewicht, wenn ich die beiden unteren Gewichte einfach auf die beiden Schalen der oberen Waage lege. Dann liegt auf den beiden Schalen der „neuen“ Waage jeweils die Summe zweier „Gewichte“ (siehe Bild rechts).

Übertragen wir nun das Waagemodell auf unser Gleichungssystem. Die blauen Pfeile sollen dir dabei helfen:

$$\begin{array}{lrcl} \text{I} & 6x - 4y & = & 8 \\ + & & & + \\ \wedge\ \text{II} & -6x + 15y & = & -30 \end{array}$$

Wie die beiden untereinander liegenden Gewichte der linken Waageschalen zusammengelegt, also addiert werden, werden nun die jeweils beiden links neben dem Gleichheitszeichen stehenden Werte addiert. Ebenso die rechts neben dem Gleichheitszeichen.

Schreibweise:

I + II:

$$6x - 4y + (-6x + 15y) = 8 + (-30)$$

$$6x - 4y - 6x + 15y = 8 - 30$$

Das Schöne an diesem Beispiel ist, dass die eine Variable x nun „rausfliegt", denn $6x - 6x$ ergibt 0!

Somit haben wir unser Ziel erreicht: **eine** Gleichung mit **einer** Variablen!

$$11y = -22 \quad |:11$$

$$y = -2$$

Dann wie gehabt $y = -2$ in I oder II einsetzen, x berechnen, Lösungsmenge notieren, Probe durchführen.

Warum habe ich das Beispiel ein schönes Beispiel genannt?

Weil es bei manchen Gleichungssystemen „nix bringt", die beiden Seiten der Gleichungen zu addieren!

Nur, wenn dabei eine der beiden Variablen x oder y rauspurzelt (also Null wird), komme ich ans Ziel „eine Gleichung mit einer Unbekannten".

Wir müssen uns also noch überlegen, wann das der Fall ist:

$6x$ und $-6x$ unterscheiden sich **nur durch ihr Vorzeichen**!!!

Die Zahlen ( = Koeffizienten) der Variablen x (oder auch die Koeffizienten von y) sind Zahl und Gegenzahl.

Weiteres schönes Beispiel:

$$\begin{array}{lrcl} \text{I} & 34 - 2y & = & 8x \\ + & & & + \\ \wedge\ \text{II} & 2y + 3x & = & 2 \end{array}$$

I+II:

$$34 - 2y + (2y + 3x) = 8x + 2$$

$$34 - 2y + 2y + 3x = 8x + 2$$

$-2y + 2y = 0$

$$34 + 3x = 8x + 2 \quad | - 3x - 2$$

$$32 = 5x \quad | :5$$

$$x = 6{,}4$$

Weiter wie gehabt.

Und wenn das Gleichungssystem nicht „schön" ist?

Dann musst du eine oder auch beide Gleichungen so äquivalent umformen, dass sich die Koeffizienten einer Variablen nur im Vorzeichen unterscheiden!

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad x + 1 = 2y \\ \wedge\, &\text{II} \quad 2y + 7 = 3x \quad | -2y \end{aligned}$$

Die Koeffizienten von y sind genau gleich, nämlich 2. Zudem steht der y-Term in I auf der rechten, in II auf der linken Seite der Gleichung. Bringe also 2y in II auf die andere Seite:

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad x + 1 = 2y \\ \wedge\, &\text{II} \quad 7 = 3x - 2y \end{aligned}$$

Jetzt ist das Gleichungssystem schön und ihr addiert wie gehabt linke und rechte Seiten.

Ein letztes unschönes Beispiel:

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad 2x + 3y = 8 \quad | \cdot 2 \\ \wedge\, &\text{II} \quad -4x - 7y = 12 \end{aligned}$$

Die Koeffizienten beider Variablen sind keine Gegenzahlen.

Trick: Multipliziere I mit 2, dann sind die Koeffizienten von x Gegenzahlen:

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad 4x + 6y = 16 \\ \wedge\, &\text{II} \quad -4x - 7y = 12 \end{aligned}$$

Weiter wie gehabt.

Nun seid ihr dran:

Arbeitet bitte diese Seiten durch.

Löst dann mit dem Additionsverfahren verpflichtend S.67/2a-e, die Probe könnt ihr weglassen.

Wer mag, macht die Aufgabe über die Ferien fertig.

Auch das Wiederholen des Themas Flächeninhalte, insbesondere der funktionalen Abhängigkeiten, ist im Hinblick auf die Schulaufgabe sehr ratsam. Zur Zeit könnt ihr ja eh wenig Spannendes machen. Die 2. Schulaufgabe wird möglichst bald folgen, da ich leider im 2. Halbjahr noch keine schriftliche Note habe.

Bei Fragen könnt ihr mir natürlich auch in den Ferien eine Mail schreiben.

Zuletzt wünsche ich euch und eurer Familie ein den Umständen entsprechend schönes Osterfest sowie gute Ferien. Und natürlich Gesundheit!!!

Viele Grüße,

M. Dörflein