

Gleichungen und Ungleichungen

► Grundwissen

Bei Gleichungen werden Terme mit dem Gleichheitszeichen = verbunden, bei Ungleichungen mit den Zeichen $>$, $<$, \geq oder \leq . Sind in den Termen Variablen enthalten, muss die Grundmenge G angegeben werden, aus der die Zahlen für die Variablen verwendet werden sollen. Lösungen sind Zahlen aus der Grundmenge. Sie erfüllen die Gleichung oder Ungleichung und werden in der Lösungsmenge L zusammengefasst. Die Lösungen ermittelt man beispielsweise mit Äquivalenzumformungen. Bei Ungleichungen ist das Inversionsgesetz zu beachten.

Beispiele:

$$\begin{array}{l} x : (-3) = 5 \quad G = \mathbb{Z} \\ x : (-3) = 5 \quad | \cdot (-3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2a + 3 = -3 \quad G = \mathbb{N} \\ 2a + 3 = -3 \quad | -3 \\ 2a = -6 \quad | : 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 17 - 5d > 2 \quad G = \mathbb{N}_0 \\ 17 - 5d > 2 \quad | -17 \\ -5d > -15 \quad | : (-5) \\ d < 3 \end{array}$$

► Auftrag: Ergänze in den Beispielen die Lösungen und Lösungsmengen.

Trainieren

1 Berechne die Lösungsmenge. $G = \mathbb{Z}$

a) $2x - 10 = 10$

b) $0,5y - 3 = 4 - 1$

c) $3x + 4 - x = 14 - 12$

d) $-12 + 2,5a = 5,5$

e) $7x - 3 + 2x = 15$

f) $4,5 - 2,5z + 1,5 - 0,5x = 6$

2 Berechne die Lösungsmenge. $G = \mathbb{Z}$

a) $2b > 14$

b) $2x - 4 < 12$

c) $2 - 2y + 5y < 17$

d) $0,5c < 12$

e) $-0,25r - 4 + 1,25r > 14$

f) $13x - 6 + 2x \leq 21$

3 Wenn zwei Gleichungen äquivalent zueinander sind, dann haben sie die gleiche Lösungsmenge. Für welche dieser Gleichungen trifft das zu? $G = \mathbb{Z}$

a) ① $2x + 4 - x = 9 - 4$; ② $3x + 14 = 30 - 14 : 2$; ③ $4x + 2 \cdot 2 = 12 - 4$; ④ $2x + 3 = 18 : 2$; ⑤ $2x + 1 = 2 + 1$

b) ① $15x - 2 \cdot 10 + 5x = 4 \cdot 25 - 2 \cdot 10$; ② $2x - \frac{1}{2} = 3 \cdot 0,5$; ③ $\frac{x}{2} + 3 \cdot 0,5 = 8 : 2$; ④ $-\frac{1}{2} + 2x = 0,5 \cdot 3$

4 Berechne die Lösungsmenge der Ungleichung. Achte auf das Inversionsgesetz. $G = \mathbb{Z}$

a) $4x - 4 - 6x > 0$

b) $1,5x - 4 - 3x < -1$

c) $x : (-4) + 1 > 1$

5 Sandra wollte Gleichungen zum Lösen ausarbeiten ($G = \mathbb{N}$), von denen sie weiß, welche Lösung herauskommt. Hat sie alles richtig gemacht? Korrigiere gegebenenfalls den Fehler.

6 Berechne die Lösungsmenge. Achte auf die Grundmenge: $G = \mathbb{Z}$

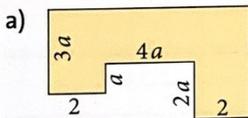
a) $2a - 3 = 4$

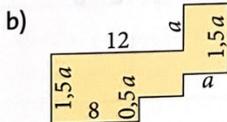
b) $4x - 1,9 - 4,5x = 3,8$

c) $1 - 3 \cdot 7t = 242 - 31$

Anwenden

7 Notiere einen möglichst einfachen Term zur Berechnung des Umfangs der Figur in Längeneinheiten. Berechne dann a für $u = 80$ LE.





8 Stelle zunächst eine Gleichung auf und überlege, welche Grundmenge für die Maßzahlen in Frage kommt. Löse dann.

a) In einem gleichschenkligen Dreieck ist die Basis 6 cm lang. Der Umfang beträgt 20 cm. Wie lang sind die Schenkel des Dreiecks?

b) Ein Rechteck hat die Seitenlänge $a = 10$ cm. Wie lang muss die Seite b sein, damit sein Umfang höchstens 34 cm beträgt?

Sachaufgaben lösen

► Grundwissen

Sachaufgaben kann man in sechs Schritten lösen.

1. Schritt: Variable festlegen.

2. Schritt: Term(e) bilden.

3. Schritt: Gleichung aufstellen.

4. Schritt: Gleichung lösen.

5. Schritt: Lösung prüfen.

6. Schritt: Antwort formulieren.

Beispiel: Zwei Winkel in einem Dreieck sind 57° und 48° groß. Berechne die Größe des dritten Winkels.

_____ (steht für das Maß des dritten Winkels)

$$\alpha + 57^\circ + 48^\circ = \alpha + 105^\circ$$

$$\alpha + 105^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + 105^\circ = 180^\circ \quad | \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\alpha = 75^\circ$$

$$75^\circ + \underline{\hspace{2cm}}$$

► Auftrag: Vervollständige das Beispiel.

Trainieren

1 Lege die Variable fest. Bilde Terme und stelle die Gleichung auf.

a) Wenn Moritz noch 6 € bekommt, hat er 100 €.

x steht für _____

Gleichung: _____

b) 125 Sticker wurden auf 20 Kinder verteilt. Jedes bekam gleich viele. Fünf blieben übrig. Wie viele bekam jedes Kind?

x steht für _____

Gleichung: _____

c) Beim Ausflug muss jeder Schüler 2,90 € für die Fahrkarte, 5,60 € für den Eintritt und 3,20 € für die Verpflegung zahlen. 304,20 € wurden bereits eingesammelt. Wie viele Schüler haben bereits bezahlt?

x steht für _____

Gleichung: _____

2 Noah bekommt ab 1. Januar für jeden Monat 10 € Taschengeld. Er spart jeweils ein Viertel davon. Ab welchem Monat hat er 20 € gespart?

Hinweis: Überlege, wie viel er jeweils am letzten und am ersten Tag eines Monats hat.

a) Lege die Variable fest. Bilde Terme und stelle die Gleichung auf.

x steht für _____

Gleichung: _____

b) Beurteile die Antworten. Kreuze an.

Im April hat er 20 € zusammen.

Ende Februar hat er 5 € gespart.

Am 1. Mai hat er 20 € zusammen.

passende Antwort

passende Antwort

passende Antwort

richtig

richtig

richtig

falsch

falsch

falsch

