

Arbeitsauftrag für die 5. Woche Reelle Zahlen II

27.04.20

Diese Woche geht es um die Rechengesetze zu den Wurzeln.

Erledige die 1. und 2. Stunde bis Mittwoch!

Meine Mailadresse lautet übrigens: A.Kastner@dsr-Wue.de

Ihr habt euch letzte Woche das Video:

Simple Club Rechnen mit Wurzeln

<https://www.youtube.com/watch?v=5IGpyhWD8sw&feature=youtu.be>

Schaut euch das gerne nochmals an!!!

Ergebnisse der Einführungsaufgabe:

The image shows a collection of mathematical examples with handwritten annotations. Red checkmarks indicate where the equality sign is correct, and blue 'f' marks indicate where it is incorrect. Blue arrows point from the 'f' marks to the instructions below.

Examples shown:

- $\frac{\sqrt{225}}{\sqrt{100}} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{225}{100}}$ (Red checkmark)
- $\sqrt{7+9} \stackrel{?}{=} \sqrt{7} + \sqrt{9}$ (Blue 'f')
- $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} \stackrel{?}{=} \sqrt{9 \cdot 4}$ (Red checkmark)
- $\sqrt{\frac{144}{169}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{169}}$ (Red checkmark)
- $\sqrt{64} - \sqrt{15} \stackrel{?}{=} \sqrt{64 - 15}$ (Blue 'f')
- $\sqrt{6 \cdot 13,5} \stackrel{?}{=} \sqrt{6} \cdot \sqrt{13,5}$ (Red checkmark)
- $\sqrt{16-9} \stackrel{?}{=} \sqrt{16} - \sqrt{9}$ (Blue 'f')
- $\sqrt{81} + \sqrt{16} \stackrel{?}{=} \sqrt{81 + 16}$ (Blue 'f')

Instructions:

- Überprüfe, ob das Gleichheitszeichen gesetzt werden kann.
- Nenne die Rechenarten, für die die Gleichheit gilt.
- Beschreibe die Gesetzmäßigkeiten in Worten und überprüfe an weiteren Beispielen.

✓ Gleichheitszeichen gilt!

f Gleichheitszeichen gilt nicht!

Wenn ihr nicht weiter kommt, dann könnt ihr bei mir nachfragen, oder eventuell noch besser ihr telefoniert mit jemanden aus der Klasse und helft euch gegenseitig weiter.

Viel Erfolg

Andreas Kastner

1. Stufe!

Neuer Hefteintrag:

Bitte Handschriftlich ins Heft übernehmen

Rechengesetze der Wurzeln

0. Die bisher **bekannt** Rechengesetze (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz und Distributivgesetz) gelten auch für **reelle Zahlen**.

Terme mit Wurzeln lassen sich wie folgt vereinfachen:
Die **Multiplikation** und **Division** zweier Quadratwurzeln lässt sich zu einer Quadratwurzel **zusammenfassen**.

Multiplikation	Division
1. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ für $a, b \geq 0$	2. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, für $a \geq 0, b > 0$
Beispiel	Beispiel
$\sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{16 \cdot 9}$ $4 \cdot 3 = \sqrt{144}$ $12 = 12$	$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}}$ $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

3. Bei der **Addition** und **Subtraktion** lassen sich zwei Quadratwurzeln **nicht** zu einer Quadratwurzel **zusammenfassen**. Ausnahme: 4. Wurzeln mit gleichen Radikanden kann man mithilfe des Distributivgesetzes zusammenfassen.

Beispiele:

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} \neq \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$$
$$3 + 4 \neq 5$$

gleicher Radikand:

$$2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = (2 + 4) \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

Für das Lösen von einfachen quadratischen Gleichungen gilt:

Die Gleichung $x^2 = a$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ hat die Lösungsmenge $L = \{-\sqrt{a}; +\sqrt{a}\}$.

Beispiel:

Die Gleichung $x^2 = 169$ hat die Lösungen $x = -13$ und $x = +13$, denn $(+13)^2 = 169$ und $(-13)^2 = 169$.

So, nun seid ihr dran mit Übungen:

2.3 Vereinfachen von Wurzeltermen

→ Vereinfachung von Wurzeltermen (hauptsächlich mit Variablen, um die Verwendung des Taschenrechners auszuschließen) durch Anwenden der Rechengesetze für Wurzeln

1 Berechne ohne Verwendung des Taschenrechners.

Beispiele:

- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$
- $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$

Zur Erinnerung:
 $\frac{2}{7} \cdot 3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{7}$

- a) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{32 \cdot 2} = \sqrt{64} = 8$ f) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{5} =$ [blurred]
- b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} =$ [blurred] g) $\sqrt{48} \cdot \sqrt{3} =$ [blurred]
- c) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} =$ [blurred] h) $\sqrt{192} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18}} =$ [blurred]
- d) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} =$ [blurred] i) $\frac{\sqrt{324}}{\sqrt{4}} =$ [blurred]
- e) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$ [blurred] j) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{15} =$ [blurred]

Primfaktoren: $3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot e \cdot e \cdot 8 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 30$

2 Vereinfache die folgenden Terme (vgl. Aufgabe 1). Für alle Teilaufgaben gilt: $x \in \mathbb{R}^+$.

Beispiele:

- $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{8x} = \sqrt{2x \cdot 8x} = \sqrt{16x^2} = 4x$
- $\frac{\sqrt{18x}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{\frac{18x}{2x}} = \sqrt{\frac{9}{1}} = \sqrt{9} = 3$
- $\sqrt{x^6} = \sqrt{x^2 \cdot x^2 \cdot x^2} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^2} = x \cdot x \cdot x = x^3$

Primfaktoren:
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 2x \cdot 2x$
 $2x \cdot 2x \cdot x \cdot 50x \cdot x$
 $x \cdot \frac{1}{2}$

Lösung:
 Mit einem Spiegel lesbar!

- a) $\sqrt{8x} \cdot \sqrt{50x} = \sqrt{400x^2} = 20x$ f) $\sqrt{3x^3} \cdot \sqrt{12x} =$ [blurred]
- b) $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x} =$ [blurred] g) $\frac{\sqrt{32x^2}}{\sqrt{2}} =$ [blurred]
- c) $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} =$ [blurred] h) $\frac{\sqrt{x}}{3} \cdot \sqrt{x} =$ [blurred]
- d) $\sqrt{x^5} \cdot \sqrt{25x} =$ [blurred] i) $\sqrt{5x} \cdot \sqrt{5x} =$ [blurred]
- e) $\frac{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^2}}{2x} =$ [blurred] j) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2} \cdot x} =$ [blurred]

5) Berechne mit Hilfe deines Taschenrechners. Vergiss nicht, Klammern zu verwenden!
Runde die Ergebnisse ggf. auf zwei Stellen nach dem Komma.

- a) $\sqrt{80 + 1} =$ e) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{\sqrt{2+7}} =$ i) $\sqrt{12^2 + 13^2} =$
 b) $\sqrt{16 \cdot 4} =$ f) $3\sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} =$ j) $\sqrt{3(1,3 + 3)} =$
 c) $\sqrt{(2 + 3) \cdot 5} =$ g) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{10}}} =$ k) $\sqrt{2^{10}} =$
 d) $\sqrt{7 + \sqrt{3}} =$ h) $\sqrt{\frac{4+9}{4 \cdot 9}} =$ l) $\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} =$

Formeln: 0 · 8 · 2 · 5ae · 132 · 1111 · 02e · 0'eo · 11'eo · 3'2a · 35 · 5

Auf Realmath könnt ihr zusätzlich üben, wenn ihr sofort das Ergebnis wollt.

<https://www.realmath.de/Mathematik/newmath9.htm>

Wussten
wichtig

- kombinierte Übung -1-	X	✓	
- kombinierte Übung -2-	X	✓	
Definitionsmenge	Veransch.	Übung	Hinweis
- Übung auf Level 1	✓	✓	
- Übung auf Level 2	✓	✓	Tablet
- Übung Profi-Level	✓	✓	Tablet
Rechengesetze in IR	Veransch.	Übung	Hinweis
- ... der Multiplikation	✓	✓	
- ... der Division	✓	✓	
Rechnen in IR	Veransch.	Übung	Hinweis
- Zahlen addieren	X	✓	
- Zahlen subtrahieren	X	✓	
- Addieren&Subtrahieren	✓	✓	Tablet
- Addieren&Subtrahieren -2-	✓	✓	Tablet
- Zahlen multiplizieren	X	✓	
- Zahlen multiplizieren -2-	✓	✓	
- Terme quadrieren	✓	X	
- Zahlen dividieren	X	✓	
- Zahlen dividieren -2-	✓	✓	Tablet
Distributivgesetz anwenden	Veransch.	Übung	Hinweis
- ... der Multiplikation	✓	✓	
- ... der Division -1-	✓	✓	
- ... der Division -2-	✓	✓	
- Variable Übung	✓	✓	
Binomische Formeln anwenden	Veransch.	Übung	Hinweis
- 1. und 2. Bin. Formel	✓	✓	
- 1. und 2. Bin. Formel (Profi)	✓	✓	
- 3. Bin. Formel	✓	✓	Tablet
- 3. Bin. Formel (Profi)	✓	✓	Tablet
Teilweise Radizieren	Veransch.	Übung	Hinweis
- Pythagoras und Quader neu 05-18	✓	✓	Tablet
Anwendungen zu Pythagoras	Veransch.	Übung	Hinweis
- Länge einer Strecke -1-	✓	✓	Tablet
- Länge einer Strecke -2-	✓	✓	Tablet
- Länge einer Strecke -3-	✓	✓	Tablet
- Betrag eines Vektors	✓	X	Tablet
Thema: Kreis und Kreisteile			
Näherungen für π	Veransch.	Übung	Hinweis
- Monte-Carlo-Methode	✓	X	Tablet
Berechnungen am Kreis	Veransch.	Übung	Hinweis
- Begriffe zuordnen	✓	✓	
- Umfang und Flächeninhalt	✓	✓	
- Kreisring	✓	✓	Tablet
Kreisbogen	Veransch.	Übung	Hinweis
- Formel herleiten und anwenden	✓	✓	Tablet
- Radius berechnen	✓	✓	Tablet
- Winkelmaß berechnen	✓	✓	Tablet
Kreis Sektor	Veransch.	Übung	Hinweis
- Besondere Sektoren	✓	✓	Tablet
- Formel herleiten und anwenden	✓	✓	Tablet
- Radius berechnen	✓	✓	Tablet
- Winkelmaß berechnen	✓	✓	Tablet
Thema: Raumgeometrie			
Das gerade Prisma	Veransch.	Übung	Hinweis
- Grundfläche: Quadrat	✓	AB +pdf	Tablet
- Grundfläche: Rechteck	✓	X	Tablet
- Grundfläche: Raute	✓	X	Tablet
- Grundfläche: Dreieck	✓	✓	Tablet

2. Stunde

③ Vereinfache die folgenden Terme. Den Taschenrechner brauchst du dazu nicht. Beachte, dass die dir bereits bekannten Rechengesetze für die Vereinfachung von Wurzeltermen nur für die Multiplikation und Division, nicht aber für die Addition und Subtraktion gelten! Vergleiche selbst:

$$\begin{aligned} \sqrt{16} + \sqrt{9} &= 4 + 3 = 7 \\ \sqrt{16 + 9} &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

Wie gewohnt: $\sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12$
 $\sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{144} = 12$ ✓

Du kannst die Summanden NICHT unter ein Wurzelzeichen zusammenfassen! Das geht nur bei „ \cdot “ und „ $:$ “!

a) $3 \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{5} = 7 \cdot \sqrt{5}$ $3 \cdot \sqrt{5} \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 12 \cdot 5 = 60$

b) $4 \cdot \sqrt{8} - 6 \cdot \sqrt{8} = -2 \cdot \sqrt{8}$ $(4 \cdot \sqrt{8}) : (6 \cdot \sqrt{8}) = \frac{4 \cdot \sqrt{8}}{6 \cdot \sqrt{8}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

c) $6 \cdot \sqrt{11} + \sqrt{11} = \dots$ $6 \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} = \dots$

d) $0,5 \cdot \sqrt{3,4} + 0,5 \cdot \sqrt{3,4} = \dots$ $0,5 \cdot \sqrt{3,4} \cdot 0,5 \cdot \sqrt{3,4} = \dots$

e) $2,8 \cdot \sqrt{33} - 0,1 \cdot \sqrt{33} = \dots$ $(2,8 \cdot \sqrt{33}) : (0,1 \cdot \sqrt{33}) = \dots$

Überlege bei je der Aufgabe welches Gesetz du brauchst!

Bei den folgenden Teilaufgaben sowie bei Aufgabe ④ stehen alle Variablen für Zahlen aus \mathbb{R}^+ .

f) $3 \cdot \sqrt{x} + 2 \cdot \sqrt{x} = 5 \sqrt{x}$ $3 \cdot \sqrt{x} \cdot 2 \cdot \sqrt{x} = \dots$

g) $4 \cdot \sqrt{y^3} + 5 \cdot \sqrt{y^3} = \dots$ $4 \cdot \sqrt{y^3} \cdot 5 \cdot \sqrt{y^3} = \dots$

h) $0,1 \cdot \sqrt{m^2} - 0,2 \cdot \sqrt{m^2} = \dots$ $(0,1 \cdot \sqrt{m^2}) : (0,2 \cdot \sqrt{m^2}) = \dots$

i) $\sqrt{d^6} + 2 \cdot \sqrt{d^6} = \dots$ $\sqrt{d^6} \cdot 2 \cdot \sqrt{d^6} = \dots$

④ Klammere jeweils die Wurzel aus und vereinfache.

Beispiel: $a\sqrt{5} + b\sqrt{5} = \sqrt{5} \cdot (a + b)$

a) $\sqrt{3} \cdot x - y \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}(x - y)$

b) $\sqrt{11} \cdot c + \sqrt{11} \cdot d + \sqrt{11} = \dots$

c) $\sqrt{8} \cdot g + \sqrt{5} \cdot 8 = \dots$

d) $\sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot s - \sqrt{7} \cdot t + \sqrt{14} = \dots$

$\sqrt{14} = \sqrt{7 \cdot 2}$

Buch S. 90

① Untersuche, ob richtig gerechnet wurde. Korrigiere gegebenenfalls im Heft ($x > 3$).

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{81} = 9$ b) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x^3} = \sqrt{x^4} = 2x$
 $\sqrt{3} : \sqrt{27} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ $\sqrt{x} : \sqrt{x^3} = \sqrt{\frac{1}{x^2}} = \frac{1}{x}$

c) $(3 + \sqrt{2})^2 = 9 + 6\sqrt{2} + 2$ d) $\sqrt{5}(\sqrt{20} - \sqrt{15}) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$
 $(3 - \sqrt{2})^2 = 3^2 - (\sqrt{2})^2$ $\sqrt{5}(\sqrt{20} + \sqrt{15}) = \sqrt{100} + \sqrt{75} = 10 + 5\sqrt{3}$

e) $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-1} = x-1$ f) $\sqrt{x^2+6x+9} = x + \sqrt{6x+9}$
 $\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1+x} = \sqrt{(1+x)^2} = 1+x$ $\sqrt{x^2-6x+9} = x-3$

Setze den Daumen in der Whatsapp-Gruppe, wenn du fertig bist. Dann bekommt ihr am Mittwoch oder Donnerstag die Lösungen! Meldet euch, wenn was nicht klappt.