

1.4 Potenzgesetze

→ Potenzen (vorrangig) mit gleicher Basis zusammenfassen und deren Potenzwerte berechnen, Produkte mit Variablen vereinfachen

❶ Vereinfache zuerst mithilfe der Potenzgesetze und berechne dann den Potenzwert. Achte auf „·“ und „:“.

a) $2^2 \cdot 2^6 = 2^{2+6} = 2^8 = 256$ 

b) $3^1 \cdot 3^3 = 3^{1+3} = 3^4 = 81$

c) $10^3 \cdot 10^3 = 10^{3+3} = 10^6 = 1\,000\,000$

d) $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+2} = \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}$

f) $(-1)^{10} \cdot (-1)^9 = (-1)^{10+9} = (-1)^{19} = -1$

g) $2^{12} : 2^7 = 2^{12-7} = 2^5 = 32$

h) $\left(\frac{9}{14}\right)^{17} : \left(\frac{9}{14}\right)^{15} = \left(\frac{9}{14}\right)^{2} = \frac{81}{196}$

i) $(-13)^{18} : (-13)^{16} = (-13)^{18-16} = 169$

j) $(0,4^{44} : 0,4^{42}) \cdot 0,4^2 = 0,4^2 \cdot 0,4^2 = 0,0256$

k) $999^{99} : 999^{99} = 1$

l) $[(-2) \cdot (-2)^3]^2 = (-2)^{4 \cdot 2} = (-2)^8 = 256$

m) $12^{33} : 12^{31} = 12^{33-31} = 12^2 = 144$

n) $(-3)^2 \cdot (-3) \cdot (-3)^2 = (-3)^{2+1+2} = (-3)^5 = -243$

o) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^{2+1} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

p) $(0,5^2)^2 = 0,5^{2 \cdot 2} = 0,5^4 = 0,0625$

q) $0,1^4 \cdot 0,1^5 = 0,1^{4+5} = 0,1^9 = 0,000000001$

r) $(6^6 \cdot 6^5) : 6^8 = 6^{6+5-8} = 6^3 = 216$

s) $0,2^2 \cdot 0,2^2 = 0,2^{2+2} = 0,2^4 = 0,0016$

t) $[(-1,7)^7 : (-1,7)^4] : (-1,7)^3 = (-1,7)^{7-4-3} = (-1,7)^0 = 1$

8T · $\frac{es2}{1e}$ · $\frac{et}{33}$ · 0'00000000T · $\frac{1ae}{8T}$ · 1ea · -543 · 0'052e · 5Te
 10000000 · 144 · 1000000 · -1 · 0'0e52 · 52e · et · 0'00Te · 1 · 35 · 1

❷ Die Potenzgesetze gelten natürlich auch für Variablen - diese sind ja im Prinzip nur „Platzhalter“ für stets dieselbe Zahl!

Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich. Alle Variablen stehen für positive rationale Zahlen.

Erinnere dich (vgl. S. 1):
 Eine Potenz ist das Produkt aus
 lauter gleichen Faktoren.
 $x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$

Beispiele:

❶ $x^5 \cdot x^4 = x^{5+4} = x^9$ ○○

❷ $2 \cdot a^2 \cdot 3 \cdot a^5 = 2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot a^5 = 6 \cdot a^7$
 ↑
 Am besten erst umstellen: Zahlen vorne, dann die Variablen
 (bei einem Produkt darf man das)

Wichtig! Enge Verknüpfung zu Lernbereich 6!
 (Zusammenfassen und Vergleichen von Termen)

a) $5 \cdot y^2 \cdot 7 \cdot y^3 = 5 \cdot 7 \cdot y^2 \cdot y^3 = 35 \cdot y^5$

b) $0,5 \cdot m^5 \cdot 4 \cdot m^4 = 0,5 \cdot 4 \cdot m^5 \cdot m^4 = 2 \cdot m^9$

c) $2^2 \cdot x^2 \cdot 2^3 \cdot x^3 = 2^2 \cdot 2^3 \cdot x^2 \cdot x^3 = 2^5 \cdot x^5 = 32 \cdot x^5$

d) $(-x)^3 \cdot 7 \cdot (-x)^4 = 7 \cdot (-x)^7$

e) $(-4) \cdot b^{12} \cdot 7,1 \cdot b^2 = -28,4 \cdot b^{14}$

f) $(x^3)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$

g) $y^5 : y^3 = y^{5-3} = y^2$


h) $y^3 : y^5 = y^{3-5} = y^{-2} = \frac{1}{y^2}$

→ weitere Aufgaben inkl. Lösungen

i) $a \cdot 1,2 \cdot a^3 \cdot (-5) \cdot a^3 = -5 \cdot 1,2 \cdot a^6 = -6 \cdot a^6$ o) $(-x)^{-3} \cdot (-x)^{10} = (-x)^7$
j) $3 \cdot a \cdot \frac{1}{3} \cdot a^3 = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^4 = 1 \cdot a^4 = a^4$ p) $(2a)^3 : (2a)^4 = (2a)^{-1} = \frac{1}{2a}$
k) $\frac{8 \cdot x^5}{2 \cdot x^3} = 4 \cdot x^{5-3} = 4 \cdot x^2$ q) $(2a)^3 \cdot (2a)^4 = (2a)^7 = 128 \cdot a^7$
l) $\left(\frac{2}{m}\right)^3 : \left(\frac{2}{m}\right) = \left(\frac{2}{m}\right)^2 = \frac{2^2}{m^2} = \frac{4}{m^2}$ r) $\frac{9 \cdot y^9}{3 \cdot y} = \frac{3 \cdot y^8}{1 \cdot 1} = 3 \cdot y^8$
m) $x^3 \cdot x^{-5} = x^{3+(-5)} = x^{3-5} = x^{-2}$ s) $2 \cdot x^2 \cdot 3 \cdot x^3 \cdot x^{-5} = 6 \cdot x^0 = 6 \cdot 1 = 6$
n) $y^2 \cdot 2 \cdot y^3 \cdot y^{-5} = 2 \cdot y^{2+3-5} = 2 \cdot y^0 = 2 \cdot 1 = 2$ t) $\frac{(-1)^{17} \cdot x^{18}}{(-1)^{15} \cdot x^{18}} = \frac{(-1)^2 \cdot 1}{1 \cdot 1} = (-1)^2 = 1$


$\lambda_{-5} = \frac{\lambda}{1} \cdot \frac{\omega}{4} \cdot 1 \cdot 5 \cdot e \cdot 3 \cdot \lambda_8 \cdot -e \cdot g_e \cdot (5g)_{-1} = \frac{5g}{1} \cdot x_{-5} = \frac{x}{1} \cdot 1 \cdot (-x)_1$
POWERNREGEN: $32 \cdot \lambda_2 \cdot x_e \cdot \lambda_5 \cdot g_4 \cdot 35 \cdot x_2 \cdot -58 \cdot \varphi \cdot p_{14} \cdot 5 \cdot \omega_3 \cdot \varphi \cdot x_5 \cdot 158 \cdot g_1 \cdot (-x)_1$

3 Berechne auf zwei Arten.

a) $(3 \cdot 4)^2 = 12^2 = 144$ \Leftrightarrow $3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144$ 
b) $(5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1000$ \Leftrightarrow $5^3 \cdot 2^3 = 125 \cdot 8 = 1000$
c) $(0,3 \cdot 5)^2 = 1,5^2 = 2,25$ \Leftrightarrow $0,3^2 \cdot 5^2 = 0,09 \cdot 25 = 2,25$
d) $(-8 \cdot 2)^2 = (-16)^2 = 256$ \Leftrightarrow $(-8)^2 \cdot 2^2 = 64 \cdot 4 = 256$
e) $\left(2 \cdot \frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ \Leftrightarrow $2^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 8 \cdot \frac{1}{27} = \frac{8}{27}$


→ Exponent, negative Basis und Klammern ... → Seite 2! 

4 Wende das entsprechende Potenzgesetz an. Vereinfache anschließend den Term in der Klammer soweit wie möglich. (Für die Teilaufgaben b), g) und h) gilt: $x \neq 0$.)

a) $a^3 \cdot b^3 = (a \cdot b)^3$ 
b) $x^{-4} \cdot 3,2^{-4} = (3,2 \cdot x)^{-4}$
c) $(4 \cdot b)^3 : 2^3 = (4 \cdot b : 2)^3 = (2 \cdot b)^3$
d) $x^4 \cdot (-y)^4 = (x \cdot (-y))^4 = (-x \cdot y)^4$
e) $x^7 \cdot y^7 \cdot z^7 = (x \cdot y \cdot z)^7$
f) $(2 \cdot a)^2 \cdot (b^2)^2 = (2 \cdot a \cdot b^2)^2$
g) $(-3,1)^{-12} \cdot (-x)^{-12} = (3,1 \cdot x)^{-12}$
h) $x^{-3} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{-3} = \left(x \cdot \frac{1}{x}\right)^{-3} = 1^{-3} = 1$

POWERNREGEN: $(5 \cdot p)_3 \cdot 1_{-3} (= 1) \cdot (3^1 \cdot x)_{-15} \cdot (x \cdot \lambda \cdot \sigma)_1 \cdot (5 \cdot g \cdot p)_5 \cdot (3^5 \cdot x)_{-4} \cdot (-x \cdot \lambda)_4$

5 Wie viele Nullen hat das Endergebnis? Kreuze an.

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|--|
| a) $10^6 \cdot 10^3 : 10$ | c) $10^{-2} \cdot 1000$ | f) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^5$ |
| <input type="radio"/> 18 | <input type="radio"/> keine | <input checked="" type="radio"/> 14 |
| <input type="radio"/> 9 | <input type="radio"/> 5 | <input type="radio"/> 120 |
| <input checked="" type="radio"/> 8 | <input checked="" type="radio"/> 1 | <input type="radio"/> 20 |
- 
- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--|
| b) $(1000)^2$ | d) $(10^2)^2 : 10^2$ | e) $2^2 \cdot 10^3 \cdot 0,5^2$ | g) $10^{-3} \cdot 10^2 \cdot 10^1$ |
| <input type="radio"/> 4 | <input type="radio"/> 6 | <input checked="" type="radio"/> 3 | <input checked="" type="radio"/> keine |
| <input checked="" type="radio"/> 6 | <input type="radio"/> 4 | <input type="radio"/> 7 | <input type="radio"/> 1 |
| <input type="radio"/> 9 | <input checked="" type="radio"/> 2 | <input type="radio"/> keine | <input type="radio"/> 6 |