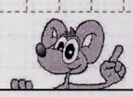
3.3 Das Gleichsetzungsverfahren

→ *Lösen linearer Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens (ohne aufwändige Äquivalenzumformungen vorab)*

❶ Löse die folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens. $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.

a) $y = 2x - 6$
$\wedge\ y = -x + 12$

b) $y = -\frac{2}{3}x + 4$
$\wedge\ y = 2x - 4$



Du wirst noch weitere Verfahren zum Lösen linearer Gleichungssysteme kennen lernen. Das Gleichsetzungsverfahren bietet sich immer dann besonders an, wenn die Links- oder Rechtsterme der beiden Gleichungen bereits gleich sind (z.B. $y = \ldots \wedge y = \ldots$). Das klappt übrigens auch, wenn es sich dabei um Vielfache von x oder y handelt (z.B. $3y = \ldots \wedge 3y = \ldots$ oder $2x = \ldots \wedge 2x = \ldots$). Probiere es gleich selbst einmal aus:

c) $2y = 0{,}5 - 5x$
$\wedge\ 2y = 3x + 12{,}5$

$0{,}5 - 5x = 3x + 12{,}5$

$\Leftrightarrow$

d) $7x = -42 + 2y$
$\wedge\ 7x = -7 - 3y$

Lösungen: $\mathbb{L} = \{(-1{,}5|4)\}$ • $\mathbb{L} = \{(3|2)\}$ • $\mathbb{L} = \{(6|6)\}$ • $\mathbb{L} = \{(-4|7)\}$

❷ Ermittle die Lösungsmenge mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens. $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.

a) $\left| \begin{array}{lr} -9 + 4y = x & \text{(I)} \\ \wedge\ 4y = 6x - 46 & \text{(II)} \end{array} \right.$

Die Bezeichnungen (I) und (II) helfen dir, den Überblick zu behalten: (I) bedeutet einfach „erste Gleichung“, (II) „zweite Gleichung“.

Forme (I) um zu: $4y = x + 9$

(II) bleibt unverändert: $4y = 6x - 46$

Rechtsterme gleichsetzen:

$x + 9 = 6x - 46$

$\Leftrightarrow$

Manchmal ist es nötig, die Gleichungen vorher etwas umzuformen, denn erst wenn die Links- oder Rechtsterme beider Gleichungen dieselben sind, kannst du das Gleichsetzungsverfahren anwenden!

b) $\left| \begin{array}{lr} 45 = 15x - 20y & \text{(I)} \\ \wedge\ -15x + 9y = -78 & \text{(II)} \end{array} \right.$

c) $\left| \begin{array}{lr} -3y + 1{,}5 = -6x & \text{(I)} \\ \wedge\ 6x + 2y - 26 = 0 & \text{(II)} \end{array} \right.$

Lösungen: $\mathbb{L} = \{(11|5)\}$ • $\mathbb{L} = \{(7|3)\}$ • $\mathbb{L} = \{(2{,}5|2{,}5)\}$

3.4 Das Einsetzungsverfahren

→ *„Klassische" Aufgaben zum Einüben des Einsetzungsverfahrens (d.h. hier noch keine bzw. nur minimale Äquivalenzumformungen einzelner Gleichungen vorab nötig)*

❶ Bestimme die Lösungsmenge mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens. $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.

a)
$$\begin{array}{|lr} \ \mathbf{x} = \boxed{8 - 2y} & \text{(I)} \\ \wedge\ 2\mathbf{x} - 6y = -34 & \text{(II)} \\ \hline \end{array}$$

(I) in (II):

$2 \cdot (8 - 2y) - 6y = -34$

$\Leftrightarrow$

b)
$$\begin{array}{|lr} \ y = 0{,}25 - 2{,}5x & \text{(I)} \\ \wedge\ -3x + 2y = 12{,}5 & \text{(II)} \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{|lr} \ 44 = 3x - 5y & \text{(I)} \\ \wedge\ x - 3y = 12 & \text{(II)} \\ \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{|lr} \ b = 5 - 2a & \text{(I)} \\ \wedge\ 4a - b = 82 & \text{(II)} \\ \hline \end{array}$$

Lösungen: $\mathbb{L} = \{(18|2)\}$ • $\mathbb{L} = \{(-2|5)\}$ • $\mathbb{L} = \{(14{,}5|-24)\}$ • $\mathbb{L} = \{(-1{,}5|4)\}$