Lineare Gleichungssysteme (lGs)

- Aufstellen eines linearen Gleichungssystems

Beispiel:

Auf einem Bauernhof gibt es Schweine und Hühner. Gemeinsam haben diese Tiere 18 Köpfe und 52 Beine.

Wie viele Schweine und Hühner leben auf dem Hof?

Neu an diesem Beispiel ist, dass wir **zwei unbekannte** Werte, nämlich die Anzahl der Schweine und die der Hühner, haben. Bisher haben wir in Gleichungen wie beispielsweise $3x+10=25$ nur eine unbekannte Zahl gesucht.

Dafür haben wir jetzt aber auch **zwei** Informationen zu den Schweinen und Hühnern.

Sie haben insgesamt

I) 18 Köpfe

und II) 52 Beine.

Wir schreiben für die **Anzahl der Schweine x**, die **Anzahl der Hühner y**.

	I) 18 Köpfe	$x + y = 18$
und	II) 52 Beine	$4x + 2y = 52$
	Text →	Variable

Hinweis zu Gleichung II: Jedes Schwein hat 4 Beine, also haben alle Schweine $4 \cdot x$ Beine.
Jedes Huhn hat 2 Beine, also haben alle Hühner $2 \cdot y$ Beine.

Solche **zwei** lineare Gleichungen, die **beide** erfüllt werden müssen, mit **zwei Unbekannten** ergeben ein **lineares Gleichungssystem** (lGs):

$$\begin{aligned} &\text{I)} & x + y &= 18 \\ \wedge\ &\text{II)} & 4x + 2y &= 52 \end{aligned}$$

$\wedge$ heißt „und zugleich“, denn für die Lösung ist wichtig, dass beide Gleichungen gleichzeitig erfüllt sein müssen. Es reicht nämlich nicht, dass Hühner und Schweine 18 Köpfe haben, wenn nicht die Anzahl ihrer Beine 52 ist.

Wie zu Gleichungen gehört auch zu lGs die Angabe der **Grundmenge**. Sie gibt an, welche Zahlen überhaupt für die Variablen eingesetzt werden dürfen.

Im Beispiel: Die Variable x steht für die Anzahl der Schweine, die eine natürliche Zahl sein muss. Auch die Variable y, die für die Anzahl der Hühner steht, muss eine natürliche Zahl sein. Somit hier: $\mathbb{G} = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

Falls in Aufgaben keine Grundmenge angegeben ist, gilt jeweils die größte dir bekannte Menge, momentan $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.

Eine Möglichkeit, dieses lGs jetzt auch noch zu lösen, besteht darin, einfach mal zu „probieren", also für x und y Werte einzusetzen, deren Summe 18 ist. Und dann prüfst du noch, ob auch die zweite Gleichung zu den Beinen erfüllt ist. Dann hast du die Lösung eher zufällig gefunden, die du dann wie üblich in die **Lösungsmenge** schreibst. Aber dieses Verfahren klappt oft nicht mehr, wenn du für die beiden Variablen auch rationale Zahlen einsetzen darfst, dann gibt es einfach zu viele Möglichkeiten. Deswegen brauchen wir zielgerichtetere Lösungsverfahren.

- Graphisches Lösungsverfahen

Aufgabe: Druckt diese Seiten bitte aus und klebt sie in euer Heft oder schreibt sie ab. Arbeitet sie auch durch.

Erarbeitet euch dann bitte das graphische Lösungsverfahren mittels eures Buches, S.62/2. Schreibt dazu zunächst den grünen Kasten zu dieser Aufgabe in euer Heft. Löst dann genauso die Aufgaben 2a-2d.