Liebe 10c,

ich habe Rückmeldung bekommen, dass die Raumgeometrie schwer fällt. Danke dafür. Ich habe jetzt eine der Aufgaben nochmal gaaanz ausführlich gelöst. Das ist aber für alle Aufgaben schon sehr arbeitsaufwändig, zumal ich ja auch immer noch neue Materialien für mehrere Klassen erstellen muss.

Falls euch das aber weiterbringt, mache ich das in den nächsten Osterferientagen gerne noch. Vielleicht bringt´s euch aber auch nichts, weil ihr es entweder eh versteht oder trotzdem nicht versteht. Meldet mir das bitte zurück.

Ich schicke zudem mal noch die letzten Voraussetzungen, um die Raumgeometrieaufgaben angehen zu können.

Verpflichtend bitte ich noch das Schrägbild-Arbeitsblatt und die Aufgaben dazu zu lösen. Das ist meiner Meinung nach nicht so schwierig.

Wer mag, arbeitet mal noch die hier angehängten Arbeitsblätter zu den noch fehlenden Körpern (Rotationskörper) Kegel, Zylinder und Kugel durch und sucht die entsprechenden Formeln in der Formelsammlung.

Die Raumgeometrie werden wir noch gemeinsam durcharbeiten, wann auch immer. Also da keine Sorgen, wenn es noch nicht so klappt. Aber bitte Rückmeldung.

Was ich aber schon von euch erwarte, ist, dass ihr in den bereits „noch-Schule-Zeit“ behandelten Themen quadratische Funktionen und Trigonometrie am Ende der Ferien fit seid. Das bedeutet nicht, dass alles reibungslos klappt, aber die meisten Aufgaben sollen dann schon gelingen. Ich kann nur an eure Eigenverantwortung appellieren. Bitte übt fleißig.

Rechnet in den Ferien in erster Linie diese beiden Aufgabentypen. Ihr könnt mal in den Nachprüfungen zu den Abschlussprüfungen wühlen (gebt in eine Suchmaschine Abschlussprüfung Mathematik Realschule Bayern Mathematik II/III ein), da werdet ihr zu sämtlichen Prüfungen geleitet. Oder auch schon gerechnete nochmal rechnen, die Lösungen vergisst man schnell wieder.

Hierzu noch eine Anmerkung: Eure Zeit in der Abschlussprüfung ist knapp. Die Lösungen im Stark-Buch sind teilweise sehr zeitraubend. Vieles geht mit dem Taschenrechner schneller und reicht:

Gleichungssysteme (z. B um Parabelgleichungen zu bestimmen) können auch mit dem TR gelöst werden (spart aber nicht viel Zeit, da sie erst auf entsprechende Form gebracht werden müssen).

Extremwerte nicht mit quadratischer Ergänzung lösen, sondern entweder über Scheitelform oder sogar Taschenrechnereingabe. Geht vieeeeel schneller und ist weniger fehleranfällig. Auch quadratische Gleichungen (wie $3x^2+5x+4=0$) dürft ihr meist über Taschenrechner lösen, keine „Mitternachtsformel“ nötig. Außer ihr wollt die Anzahl der Lösungen einer quadr. Gleichung ermitteln. Da ist die Berechnung der Diskriminante nützlich.

Wer irgendwas von den schnelleren Varianten vergessen hat oder unsicher ist, ob der Rechenweg reicht, bitte nachfragen.

Und denkt zudem dran, dass da, wo das Ergebnis angegeben ist, hingegen alle Rechenschritte ausführlich ersichtlich sein müssen (z. B. auflösen einer Klammer,…).

Je nachdem, wie viele Arbeiten noch geschrieben werden, kann es sein, dass diese **beiden** bereits vorher besprochenen Themen Inhalt der nächsten Schulaufgabe sind. Die wird dann auch möglichst schnell folgen.

Selbstverständlich könnt ihr mir auch in den Ferien Fragen mailen (M.Doerflein@dsr-wue.de). Wenn es aber komplizierter wird, wäre es für mich weniger zeitaufwändig, wenn ihr mir eine Telefonnummer schickt, unter der ich euch erreiche. Mündlich geht einfach Vieles schneller.

Ich bin zuversichtlich, dass wir das meistern.

Nun wünsche ich euch und eurer Familie schöne Ostern und Osterferien und vor allem Gesundheit!

Mit freundlichen Grüßen

M. Dörflein

Auf den folgenden Seiten Lösung und weitere Körper.

S. 111 / 5a   ausführliche Lösung:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{Grundfläche} \cdot h$

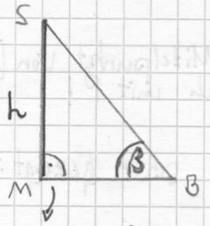
Grundfläche ist Quadrat (rechter Winkel eingezeichnet und Seitenlängen jeweils a:

$\Rightarrow A_G = 5 \cdot 5 \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2$

Berechnung von h:

Benenne Schnittpunkt von [AC] und [BD] mit M.

Betrachte nun ΔSMB. Du kannst es dir aufzeichnen:



h steht dem Begriff nach senkrecht auf Grundfläche A_G.

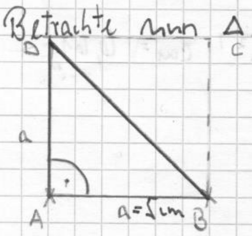
Leider hast du nur eine bekannte Größe β.

Das reicht selbst im rechtwinkligen Dreieck nicht! → 2 Bekannte neben rechtem Winkel nötig

$\Rightarrow$ Eine weitere Größe muss her!

$\overline{MB} = 0{,}5\ \overline{DB}$

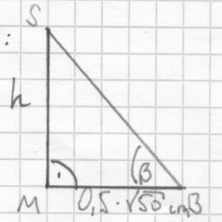
Betrachte nun ΔABD:



mit Pythagoras: $\overline{BD} = \sqrt{a^2 + a^2}\text{ cm} = \sqrt{50}\text{ cm}$

$\Rightarrow \overline{MB} = 0{,}5 \cdot \sqrt{50}\text{ cm}.$

Somit: ΔSMB:



$\Rightarrow \tan\beta = \frac{h}{0{,}5 \cdot \sqrt{50}\text{ cm}} \;\Big|\cdot 0{,}5\sqrt{50}\text{ cm} \Leftrightarrow h = \tan 60° \cdot 0{,}5 \cdot \sqrt{50}\text{ cm} = 6{,}12\text{ cm}$

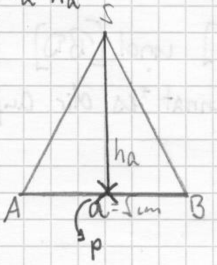
$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 25\,cm^2 \cdot 6{,}12\,cm = \underline{\underline{51{,}00\,cm^3}}$

$O = A_{\text{Grundfläche}} + \underset{\sim}{4} \cdot A_{\text{Seitenfläche}\,\triangle ABS}$

Grundfläche ist Quadrat, somit haben alle Seitenflächen gleichen Flächeninhalt!

$A_{\text{Seitenfläche}\,\triangle ABS}$:

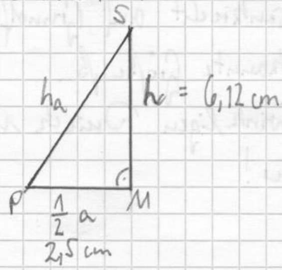
$A_{\triangle ABS} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$



Mittelpunkt von [AB] benenne ich mit P!

h_a berechnest du wie in 4) schon gezeigt: (→ dort orangenes Dreieck!)

Betrachte $\triangle SPM$:



h_a mit Pythagoras: $h_a = \sqrt{2{,}5^2 + 6{,}12^2}\ cm = 6{,}61\,cm$

$O = A_G + 4 \cdot A_{\text{Seitenfläche}\,ABS}$

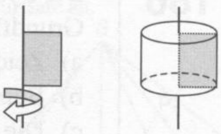
$= (5^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6{,}61)\ cm^2$

$= 91{,}10\,cm^2$

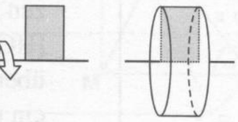
Volumen und Oberfläche von Rotationskörpern

Zylinder

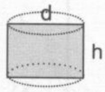
Lässt man eine zweidimensionale Figur um eine Rotationsachse rotieren, so entsteht dabei ein dreidimensionaler **Rotationskörper**.



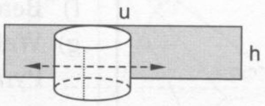
Nimmt man als Ausgangsfigur ein Rechteck und lässt es um eine seiner Seiten rotieren, so entsteht dabei als Rotationskörper ein **Zylinder**.



Der Axialschnitt durch einen Zylinder ist ein Rechteck mit den Seitenlängen d (Durchmesser) und h (Höhe).



Die Abwicklung der Mantelfläche eines Zylinders ist ein Rechteck. Die Seitenlängen dieses Rechtecks entsprechen dem Umfang des Grundkreises und der Höhe des Zylinders.



Merke

Eigenschaften von Zylindern

- Die Höhe h eines Zylinders ist der Abstand der Grundfläche G von der Deckfläche.
- Die **Mantelfläche M** ist ein Rechteck.
- Die **Oberfläche O** besteht aus der Mantelfläche und 2 kongruenten (deckungsgleichen) Kreisflächen.

Mantelfläche: $M = u \cdot h$

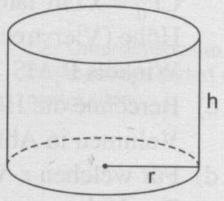
$M = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$

Oberfläche: $O = M + 2 \cdot A_G$

$O = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (h + r)$

Volumen: $V = A_G \cdot h$

$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$



Beispiel

Zeichne den Axialschnitt eines Zylinders mit $r = 5$ cm und $h = 8$ cm und berechne das Volumen und die Mantelfläche.

Lösung:

$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$

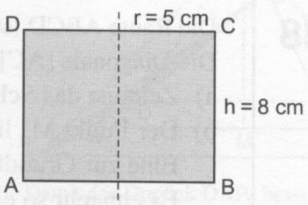
$V = (5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 8\text{ cm}$

$V = 628{,}32\text{ cm}^3$

$M = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$

$M = 2 \cdot 5\text{ cm} \cdot \pi \cdot 8\text{ cm}$

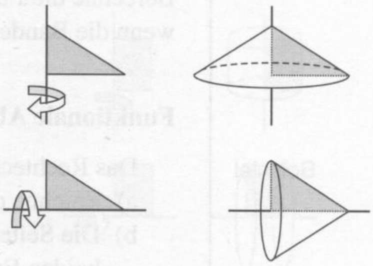
$M = 251{,}33\text{ cm}^2$



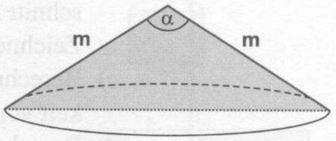
(Zeichnung im Maßstab 1 : 4)

Kegel

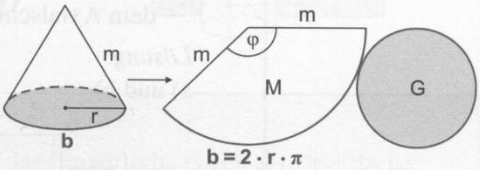
Ein **Kegel** (genauer: Kreiskegel) entsteht, wenn ein rechtwinkliges Dreieck um eine seiner beiden Katheten rotiert.



Der Axialschnitt eines Kegels ist ein gleichschenkliges Dreieck. Dessen gleich lange Schenkel werden als **Mantellinien m** bezeichnet. Sie schließen den sogenannten **Öffnungswinkel α** an der Spitze des Kegels ein.



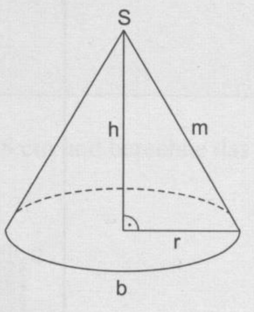
Die Abwicklung der Mantelfläche eines Kreiskegels ist ein **Kreissektor** mit **Mittelpunktswinkel φ**. Der Radius dieses Sektors ist die Mantellinie m des Kegels. Die Länge des Kreisbogens b entspricht dem Umfang u des Grundkreises. Die Mantelfläche M des Kegels entspricht der Fläche des Kreissektors.



Merke

Eigenschaften von Kegeln

- Die Höhe h eines Kegels ist der Abstand der Spitze S von der Grundfläche.
- Die Abwicklung der **Mantelfläche M** ist ein Kreissektor.
- Die **Oberfläche O** besteht aus der Mantelfläche und dem Grundkreis.



Volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$

Mantelfläche: $M = \frac{1}{2} \cdot b \cdot m$ oder: $M = \frac{\varphi}{360°} \cdot m^2 \cdot \pi$

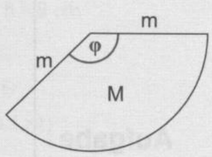
$M = r \cdot \pi \cdot m$

Oberfläche: $O = M + A_G$

$O = r \cdot \pi \cdot (m + r)$

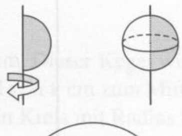
Mittelpunktswinkel φ der Abwicklung der Mantelfläche:

$\varphi = \frac{r}{m} \cdot 360°$

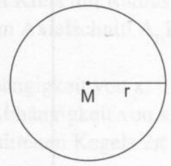


Kugel

Eine **Kugel** entsteht, wenn ein Halbkreis um seinen Durchmesser rotiert. Der Mittelpunkt M des Durchmessers ist gleichzeitig auch der Mittelpunkt der Kugel.



Der Axialschnitt einer Kugel ist ein Kreis mit Radius r. Schneidet man die Kugel mit einer beliebigen Ebene, so entstehen als Schnitte Kreise mit Radien $r' \leq r$.



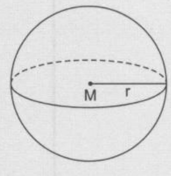
Merke

Eigenschaften von Kugeln

Jeder Punkt auf der **Oberfläche O** einer Kugel ist gleich weit vom **Mittelpunkt M** der Kugel entfernt.

Oberfläche: $O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

Volumen: $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$



Beispiel

Ein Fußball hat einen Radius von 11 cm. Berechne Oberfläche und Volumen. Vernachlässige dabei, dass ein Fußball nur näherungsweise eine Kugel ist.

Lösung:

Berechnung der Oberfläche:

$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

$O = 4 \cdot (11\,\text{cm})^2 \cdot \pi$

$O = 1\,520{,}53\,\text{cm}^2$

Berechnung des Volumens:

$V = \frac{4}{3} \cdot (11\,\text{cm})^3 \cdot \pi$

$V = 5\,575{,}28\,\text{cm}^3$

$V = 5{,}58\,\text{dm}^3 \quad (V = 5{,}58\,\ell)$