Liebe 9c, heute verbessert ihr bitte einfach die Lösungen. Neues gibt es dann morgen. ☺

4.3 Vereinfachen von Wurzeltermen

→ *Vereinfachung von Wurzeltermen (hauptsächlich mit Variablen, um die Verwendung des Taschenrechners auszuschließen) durch Anwenden der Rechengesetze für Wurzeln*

❶ Berechne ohne Verwendung des Taschenrechners.

Beispiele:
- $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8} = \sqrt{2\cdot 8} = \sqrt{16} = 4$
- $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$

Zur Erinnerung:
$\frac{2}{7}\cdot 3 = \frac{2}{7}\cdot\frac{3}{1} = \frac{6}{7}$

a) $\sqrt{32}\cdot\sqrt{2} = \sqrt{32\cdot 2} = \sqrt{64} = 8$

b) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{12\cdot 3} = \sqrt{36} = 6$

c) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$

d) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$

e) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$

f) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{10}}\cdot\sqrt{5} = \frac{\sqrt{32}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{10}\cdot 1} = \sqrt{\frac{160}{10}} = \sqrt{16} = 4$

g) $\sqrt{48}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{144} = 12$

h) $\sqrt{192}\cdot\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{192}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{1152}{18}} = \sqrt{64} = 8$

i) $\frac{\sqrt{324}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{324}{4}} = \sqrt{81} = 9$

j) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{15} = \sqrt{900} = 30$

❷ Vereinfache die folgenden Terme (vgl. Aufgabe ❶). Für alle Teilaufgaben gilt: $x \in \mathbb{R}^+$.

Beispiele:
- $\sqrt{2x}\cdot\sqrt{8x} = \sqrt{2x\cdot 8x} = \sqrt{16x^2} = 4x$
- $\frac{\sqrt{18x}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{\frac{18x}{2x}} = \sqrt{\frac{9}{1}} = \sqrt{9} = 3$
- $\sqrt{x^6} = \sqrt{x^2\cdot x^2\cdot x^2} = \sqrt{x^2}\cdot\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{x^2} = x\cdot x\cdot x = x^3$

Lösungen:
$5x$ • $6x^2$ • x^2 • $20x$ • x
$\frac{3}{x}$ • $\frac{x}{3}$ • $4x$ • $5x^3$ • $\frac{x}{2}$

a) $\sqrt{8x}\cdot\sqrt{50x} = \sqrt{400x^2} = 20x$

b) $\sqrt{x^3}\cdot\sqrt{x} = \sqrt{x^3\cdot x} = \sqrt{x^4} = x^2$

c) $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{x^3}{x}} = \sqrt{\frac{x^2}{1}} = \sqrt{x^2} = x$

d) $\sqrt{x^5}\cdot\sqrt{25x} = \sqrt{25x^6} = 5x^3$

e) $\frac{\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{x^2}}{2x} = \frac{\sqrt{x^4}}{2x} = \frac{x^2}{2x} = \frac{x}{2}$

f) $\sqrt{3x^3}\cdot\sqrt{12x} = \sqrt{36x^4} = 6x^2$

g) $\frac{\sqrt{32x^2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32x^2}{2}} = \sqrt{\frac{16x^2}{1}} = \sqrt{16x^2} = 4x$

h) $\frac{\sqrt{x}}{3}\cdot\sqrt{x} = \frac{\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}}{3} = \frac{\sqrt{x^2}}{3} = \frac{x}{3}$

i) $\sqrt{5x}\cdot\sqrt{5x} = 5x$

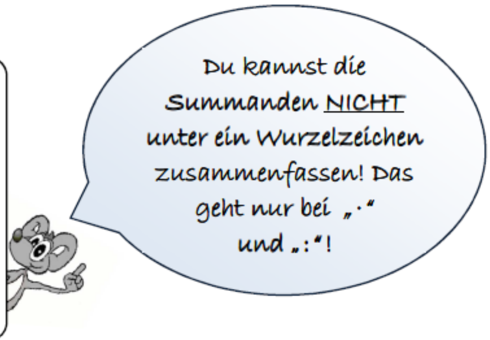
j) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}\cdot x} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{x} = \sqrt{\frac{18}{2}}\cdot\frac{1}{x} = 3\cdot\frac{1}{x} = \frac{3}{x}$

❸ Vereinfache die folgenden Terme. Den Taschenrechner brauchst du dazu nicht. Beachte, dass die dir bereits bekannten Rechengesetze für die Vereinfachung von Wurzeltermen nur für die Multiplikation und Division, nicht aber für die Addition und Subtraktion gelten! Vergleiche selbst:

$$\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$$
$$\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$
$$7 \neq 5$$

Wie gewohnt: $\sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12$

$\sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{144} = 12$ ✓



a) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2}$ $\qquad$ $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$

b) $3 \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{5} = 7 \cdot \sqrt{5}$ $\qquad$ $3 \cdot \sqrt{5} \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 12 \cdot 5 = 60$

c) $4 \cdot \sqrt{8} - 6 \cdot \sqrt{8} = -2\sqrt{8}$ $\qquad$ $(4 \cdot \sqrt{8}) : (6 \cdot \sqrt{8}) = \frac{4\sqrt{8}}{6\sqrt{8}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

d) $6 \cdot \sqrt{11} + \sqrt{11} = 7\sqrt{11}$ $\qquad$ $6 \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} = 6 \cdot 11 = 66$

e) $0{,}5 \cdot \sqrt{3{,}4} + 0{,}5 \cdot \sqrt{3{,}4} = \sqrt{3{,}4}$ $\qquad$ $0{,}5 \cdot \sqrt{3{,}4} \cdot 0{,}5 \cdot \sqrt{3{,}4} = 0{,}25 \cdot 3{,}4 = 0{,}85$

f) $2{,}8 \cdot \sqrt{33} - 0{,}1 \cdot \sqrt{33} = 2{,}7\sqrt{33}$ $\qquad$ $(2{,}8 \cdot \sqrt{33}) : (0{,}1 \cdot \sqrt{33}) = \frac{2{,}8\sqrt{33}}{0{,}1\sqrt{33}} = \frac{2{,}8}{0{,}1} = \frac{28}{1} = 28$

Bei den folgenden Teilaufgaben sowie bei Aufgabe ❹ stehen alle Variablen für Zahlen aus $\mathbb{R}^+$.

g) $3 \cdot \sqrt{x} + 2 \cdot \sqrt{x} = 5\sqrt{x}$ $\qquad$ $3 \cdot \sqrt{x} \cdot 2 \cdot \sqrt{x} = 6x$

h) $4 \cdot \sqrt{y^3} + 5 \cdot \sqrt{y^3} = 9\sqrt{y^3}$ $\qquad$ $4 \cdot \sqrt{y^3} \cdot 5 \cdot \sqrt{y^3} = 20y^3$

i) $0{,}1 \cdot \sqrt{m^2} - 0{,}2 \cdot \sqrt{m^2} = -0{,}1\sqrt{m^2} = -0{,}1m$ $\qquad$ $(0{,}1 \cdot \sqrt{m^2}) : (0{,}2 \cdot \sqrt{m^2}) = \frac{0{,}1\sqrt{m^2}}{0{,}2\sqrt{m^2}} = \frac{0{,}1}{0{,}2} = \frac{1}{2}$

j) $\sqrt{d^6} + 2 \cdot \sqrt{d^6} = 3\sqrt{d^6} = 3d^3$ $\qquad$ $\sqrt{d^6} \cdot 2 \cdot \sqrt{d^6} = 2d^6$

❹ Klammere jeweils die Wurzel aus und vereinfache.

Beispiel: $a\sqrt{5} + b\sqrt{5} = \sqrt{5} \cdot (a + b)$

a) $\sqrt{3} \cdot x - y \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}\,(x - y)$

b) $\sqrt{11} \cdot c + \sqrt{11} \cdot d + \sqrt{11} = \sqrt{11}\,(c + d + 1)$

c) $\sqrt{8} \cdot g + \sqrt{5 \cdot 8} = \sqrt{8} \cdot g + \sqrt{5} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{8}\,(g + \sqrt{5})$

d) $\sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot s - \sqrt{7} \cdot t + \sqrt{14} = \sqrt{7}\,(1 + s - t + \sqrt{2})$ $\qquad$ $14 = 7 \cdot 2$

Lösungen:
$\sqrt{7} \cdot (1 + s - t + \sqrt{2})$
$\sqrt{8} \cdot (g + \sqrt{5})$
$\sqrt{11} \cdot (c + d + 1)$
$\sqrt{3} \cdot (x - y)$