❷ Löse die folgenden Gleichungssysteme. Für alle Systeme gilt: $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$. Wenn du das Fadenkreuz hinter den Gleichungssystemen mit der dazu gehörigen Lösung verbindest, ergeben die durchgestrichenen Buchstaben von unten nach oben gelesen das Lösungswort. Zweifach durchgestrichene Buchstaben zählen auch im Lösungswort doppelt. Auf der rechten Seite hast du Platz für deine Berechnungen.

a) $\begin{vmatrix} 2x = 6 + 6y \\ \wedge\ 5x + 3y = 42 \end{vmatrix}$

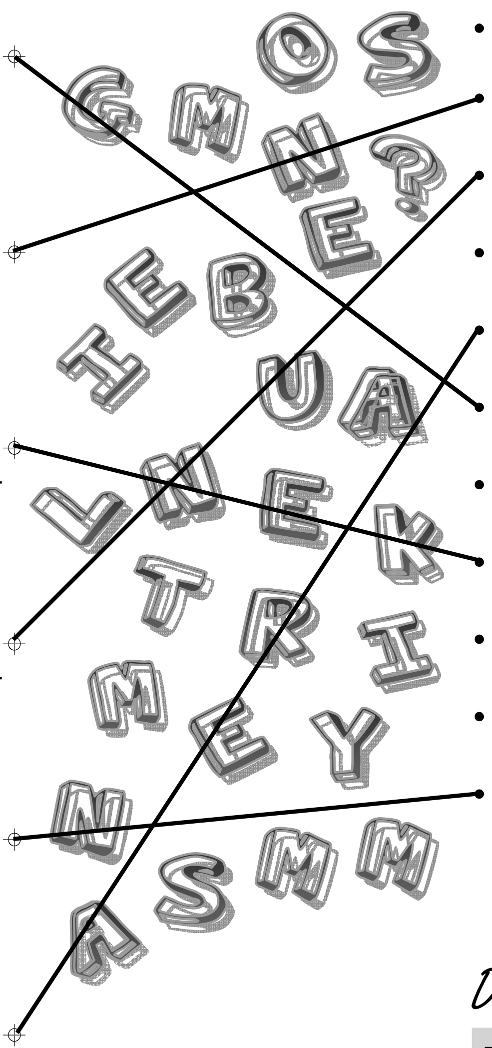
b) $\begin{vmatrix} 12x + 9y = 15 \\ \wedge\ 3y + 4x = 5 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} y = 2 - 2x \\ \wedge\ 33 + 6x - 3y = 0 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 13 = -10y + 11x \\ \wedge\ 7y + 7 = 8x \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} 4x + 6y = 7 \\ \wedge\ 6x + 9y = 10 \end{vmatrix}$

f) $\begin{vmatrix} 14x = 10 + 8y \\ \wedge\ 21x + 15y = 60 \end{vmatrix}$



- $\mathbb{L} = \{(9|7)\}$
- $\mathbb{L} = \{(x|y) \mid 4x + 3y = 5\}$
- $\mathbb{L} = \{(-7|-9)\}$
- $\mathbb{L} = \{(-0{,}5|1{,}5)\}$
- $\mathbb{L} = \{(1\frac{2}{3}|1\frac{2}{3})\}$
- $\mathbb{L} = \{(7{,}5|1{,}5)\}$
- $\mathbb{L} = \{(1{,}6|1{,}6)\}$
- $\mathbb{L} = \{(-2{,}25|6{,}5)\}$
- $\mathbb{L} = \{(x|y) \mid 4x + 6y = 7\}$
- $\mathbb{L} = \{(2{,}25|-6{,}5)\}$
- $\mathbb{L} = \varnothing$

Das Lösungswort lautet:

A N E R –

K E N N U N G

a) $\begin{vmatrix} 2x = 6 + 6y & (I) & | : 2 \\ \wedge\ 5x + 3y = 42 & (II) & \end{vmatrix}$

(I): $x = 3 + 3y$

in (II): $5(3 + 3y) + 3y = 42$

$\Leftrightarrow 15 + 15y + 3y = 42$

$\Leftrightarrow 18y = 27$

$\Leftrightarrow y = 1{,}5$

$y = 1{,}5$ in (I):

$2x = 6 + 6 \cdot 1{,}5$

$\Leftrightarrow 2x = 15$

$\Leftrightarrow x = 7{,}5$

$\mathbb{L} = \{(7{,}5|1{,}5)\}$

b) $\begin{vmatrix} & 12x + 9y = 15 & \text{(I)} \\ \wedge & 3y + 4x = 5 & \text{(II)} \end{vmatrix}$

(II) · 3 ergibt $\quad 9y + 12x = 15$

$\Leftrightarrow 12x + 9y = 15$

Also (I) = (II) $\Rightarrow$ das GLS besitzt unendlich viele Lösungen:
$\mathbb{L} = \{ (x|y) \mid 4x + 3y = 5\}$

c) $\begin{vmatrix} & y = 2 - 2x & \text{(I)} \\ \wedge & 33 + 6x - 3y = 0 & \text{(II)} \end{vmatrix}$

<u>Löse mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens:</u>

<u>(I) in (II):</u>

$33 + 6x - 3 \cdot \mathbf{(2 - 2x)} = 0$
$\Leftrightarrow 33 + 6x - 6 + 6x = 0$
$\Leftrightarrow 27 + 12x = 0$
$\Leftrightarrow 12x = -27$
$\Leftrightarrow x = -2{,}25$

<u>x = −2,25 in (I):</u>

$y = 2 - 2 \cdot (-2{,}25)$
$\Leftrightarrow y = 2 + 4{,}5$
$\Leftrightarrow y = 6{,}5$

$\mathbb{L} = \{ (-2{,}25|6{,}5) \}$

d) $\begin{vmatrix} & 13 = -10y + 11x & \text{(I)} \\ \wedge & 7y + 7 = 8x & \text{(II)} \end{vmatrix}$

(I) · 8 ergibt $\quad 104 = -80y + 88x$

$\Leftrightarrow 104 + 80y = 88x$

(II) · 11 ergibt $\quad 77y + 77 = 88x$

<u>Gleichsetzungsverfahren:</u>

$104 + 80y = 77y + 77$
$\Leftrightarrow 3y = -27$
$\Leftrightarrow y = -9$

<u>y = −9 in (II):</u>

$7 \cdot (-9) + 7 = 8x$
$\Leftrightarrow -56 = 8x$
$\Leftrightarrow x = -7$

$\mathbb{L} = \{ (-7|-9) \}$

e) $\begin{vmatrix} & 4x + 6y = 7 & \text{(I)} \\ \wedge & 6x + 9y = 10 & \text{(II)} \end{vmatrix}$

(I) : 2 ergibt $\quad 2x + 3y = 3{,}5$

$\Leftrightarrow 3y = -2x + 3{,}5$
$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + 1\frac{1}{6}$

(II) : 3 ergibt $\quad 2x + 3y = 3\frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 3y = -2x + 3\frac{1}{3}$
$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + 1\frac{1}{9}$

Beide Geradengleichungen weisen denselben Steigungsfaktor auf (nämlich $-\frac{2}{3}$). Da der y-Achsenabschnitt bei den beiden Geraden verschieden ist, sind die beiden Geraden (I) und (II) parallel. Somit besitzt dieses Gleichungssystem keine Lösung: $\mathbb{L} = \emptyset$.

f) $\begin{vmatrix} & 14x = 10 + 8y & \text{(I)} \\ \wedge & 21x + 15y = 60 & \text{(II)} \end{vmatrix}$

(II) · $\frac{2}{3}$ ergibt $\quad 14x + 10y = 40$

$\Leftrightarrow 14x = 40 - 10y$

<u>Gleichsetzungsverfahren:</u>

$10 + 8y = 40 - 10y$
$\Leftrightarrow 8y = 30 - 10y$
$\Leftrightarrow 18y = 30$
$\Leftrightarrow y = 1\frac{2}{3}$

<u>$y = 1\frac{2}{3}$ in (I):</u>

$14x = 10 + 8 \cdot (1\frac{2}{3})$
$\Leftrightarrow 14x = 10 + 13\frac{1}{3}$
$\Leftrightarrow 14x = 23\frac{1}{3}$
$\Leftrightarrow x = 1\frac{2}{3}$

$\mathbb{L} = \{ (1\frac{2}{3}|1\frac{2}{3}) \}$